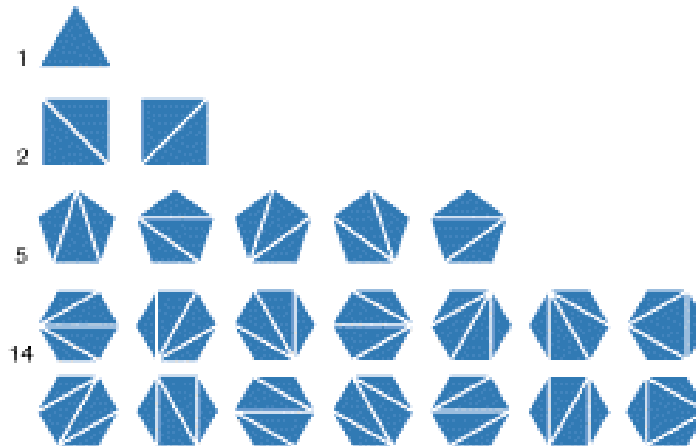


Каталанови бројеви и аритметички троугао

Каталанови бројеви су низ бројева који долази до изражаја у геометрији и комбинаторици. Први пут их је открио Леонард Ојлер тражећи опште решење за број различитих начина на који се многоугао од n страница може поделити на троуглове а да се при том не користе дијагонале многоугла које се међусобно секу. Каталанови бројеви су то тражено решење, што је приказано на слици и у табели :



Број страница	3	4	5	6	7	8	9
Број начина деобе многоугла на троуглове	1	3	5	14	42	132	429

Године 1838 Еуген Каталан, Белгијски математичар, решавајући проблеме из комбинаторике, поново открива овај низ бројева:

1,1,2,5,14,42,132,429,1430,4862,16796

који по њему и добија назив : “ низ Каталанових бројева “. Каталанови бројеви се израчунавају по формули :

$$\frac{\binom{2n}{n}}{(n+1)}$$

Или према другој формули :

$$\frac{(2n)!}{n!(n+1)!}$$

Каталанови бројеви су у директној вези са биномним коефицијентима који граде Паскалов бројни троугао, дат на слици :

							1								
						1		1							
					1		2		1						
				1		3		3		1					
				1		4		6		4		1			
			1		5		10		10		5		1		
		1		6		15		20		15		6		1	
	1		7		21		35		35		21		7		1
1		8		28		56		70		56		28		8	1

Бројеви централне колоне Паскаловог троугла дати су формулом :

$$\binom{2n}{n}$$

То су осенчени бројеви на симетрали троугла, за $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$

$$1, 2, 6, 20, 70, \dots$$

Суседна колона бројева (лево и десно), дата је формулом :

$$\binom{2n}{n+1}$$

и чине је бројеви :

$$0, 1, 4, 15, 56, \dots$$

Ако од прве одузмемо другу колону биномних коефицијената Паскаловог троугла

1	-	0	=	1
2	-	1	=	1
6	-	4	=	2
20	-	15	=	5
70	-	56	=	14
252	-	210	=	42
...

добивамо низ Каталанових бројева.

